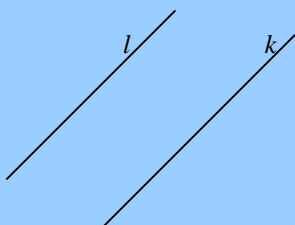


10. 2. RÓWNOLEGŁOŚĆ I PROSTOPADŁOŚĆ PROSTYCH

Równoległość i prostopadłość prostych

$$k: y = a_k x + b_k \quad l: y = a_l x + b_l$$

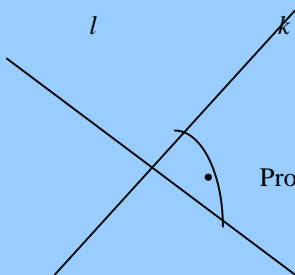
Warunek równoległości prostych



$$l \parallel k \Leftrightarrow a_k = a_l$$

Proste są równoległe, gdy ich współczynniki kierunkowe są równe

Warunek prostopadłości prostych



$$l \perp k \Leftrightarrow a_k = -\frac{1}{a_l}$$

Proste są prostopadłe, gdy ich współczynniki kierunkowe są przeciwne i odwrotne

Przykład 10.2.1. Wskaż pary prostych równoległych i prostych prostopadłych

$$k: 5x - y = 0$$

$$l: x + 2y + 3 = 0$$

$$m: y - 2x + 4 = 0$$

$$n: 0,6x + 0,2y - 2 = 0$$

$$o: 0,4y + 1,2x + 1 = 0$$

$$p: y + 5x - 4 = 0$$

Rozwiązanie	Komentarz
$k: 5x - y = 0$ $-y = -5x / : (-1)$ $y = 5x$	Każde równanie doprowadzamy do postaci kierunkowej wyznaczając y .
$l: x + 2y + 3 = 0$ $2y = -x - 3 / : 2$ $y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$	

$m: y - 2x + 4 = 0$ $y = 2x - 4$ $n: 0,6x + 0,2y - 2 = 0$ $0,2y = -0,6x + 2 / : 0,2$ $y = -3x + 10$ $o: 0,4y + 1,2x + 1 = 0$ $0,4y = -1,2x - 1 / : 0,4$ $y = -3x - 2,5$ $p: y + 5x - 4 = 0$ $y = -5x + 4$	
$n \parallel o$,bo $a_n = -3, a_o = -3$	<p>Porównując współczynniki kierunkowe prostych wyznaczamy pary prostych równoległych</p> <p>Proste n i o są równoległe, bo ich współczynniki kierunkowe są równe</p>
$l \perp m$,bo $a_l = -\frac{1}{2}, a_m = 2$	<p>Porównując współczynniki kierunkowe prostych wyznaczamy pary prostych prostopadłych.</p> <p>Proste l i m są prostopadłe , bo ich współczynniki kierunkowe są przeciwne i odwrotne.</p>

Przykład 10.2.2. Napisz równanie prostej l równoległej do prostej $k: y = 3x - 5$ i przechodzącej przez punkt $A = (4,5)$.

Rozwiązanie	Komentarz
$l: y = ax + b$	Wyznaczamy równanie prostej l w postaci kierunkowej.
$l \parallel k \Rightarrow a = 3$	Wyznaczamy współczynnik a , wykorzystując to, że proste są równoległe, zatem ich współczynniki kierunkowe są równe.
$A = (4,5)$ $l \in A \Rightarrow 5 = 3 \cdot 4 + b$ $5 = 12 + b$ $-b = 12 - 5$ $b = -7$	Wyznaczamy współczynnik b , wykorzystując, to, że punkt $A = (4,5)$, zatem jego współrzędne spełniają równanie prostej l
$l: y = 3x - 7$	Zapisujemy równanie prostej l

Przykład 10.2.3. Napisz równanie prostej l prostopadłej do prostej $k : -x + 3y - 6 = 0$ i przechodzącej przez punkt $P = (-1, 4)$.

Rozwiązanie	Komentarz
$k : -x + 3y - 6 = 0$ $3y = x + 6 / : 3$ $y = \frac{1}{3}x + 2$	Doprowadzamy równanie prostej k do postaci kierunkowej.
$l : y = ax + b$	Wyznaczamy równanie prostej l w postaci kierunkowej.
$l \perp k \Rightarrow a = -\frac{1}{\frac{1}{3}} = -3$	Wyznaczamy współczynnik a , wykorzystując to, że proste są prostopadłe, zatem ich współczynniki kierunkowe są przeciwne i odwrotne.
$P = (-1, 4)$ $l \in P \Rightarrow 4 = -3 \cdot (-1) + b$ $4 = 3 + b$ $-b = 3 - 4$ $b = 1$	Wyznaczamy współczynnik b , wykorzystując, to, że punkt $P = (-1, 4)$, zatem jego współrzędne spełniają równanie prostej l
$l : y = -3x + 1$	Zapisujemy równanie prostej l

Przykład 10.2.4. Podaj wartości współczynników m , dla których proste : $l : mx - 3y + 4 = 0$ i $k : 2x - y + 1 = 0$ są prostopadłe.

Rozwiązanie	Komentarz
$l : mx - 3y + 4 = 0$ $-3y = -mx - 4 / : (-3)$ $y = \frac{m}{3}x + \frac{4}{3}$	Proste doprowadzamy do postaci kierunkowej.
$k : 2x - y + 1 = 0$ $-y = -2x - 1 / : (-1)$ $y = 2x + 1$	
$l \perp k \Rightarrow \frac{m}{3} = -\frac{1}{2}$ $\frac{m}{3} = -\frac{1}{2} / \cdot 6$ $6 \cdot \frac{m}{3} = -\frac{6}{2}$ $2m = -3 / : 2$ $m = -1,5$	Układamy równanie z niewiadomą m , wykorzystując prostopadłość prostych. Współczynniki prostych l i k są przeciwne i odwrotne.

ĆWICZENIA

Ćwiczenie 10.2.1. (3pkt.) Napisz równanie prostej l prostopadłej do prostej $k : y = -2x + 5$ i przechodzącej przez punkt $P = (3, 2)$.

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie współczynnika kierunkowego a .	1
2	Podanie współczynnika b .	1
3	Podanie równania prostej l .	1

Ćwiczenie 10.2.2. (3pkt.) Napisz równanie prostej l równoległej do prostej $k : y = -2x + 1$ i przechodzącej przez punkt $A = (-1, 5)$.

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie współczynnika kierunkowego a .	1
2	Podanie współczynnika b .	1
3	Podanie równania prostej l .	1

Ćwiczenie 10.2.3. (3pkt.) Podaj wartości współczynników m , dla których proste :
 $mx - y + 4 = 0$ i $-3x + y + 1 = 0$ są równoległe.

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie pierwszej prostej w postaci kierunkowej.	1
2	Podanie drugiej prostej w postaci kierunkowej.	1
3	Podanie wartości m .	1